

XLVII MIĘDZYSZKOLNY TURNIEJ FIZYCZNY
dla uczniów szkół ponadpodstawowych
w roku szkolnym 2004/05

WZORCOWE ROZWIĄZANIE ZADANIA NR 1

Sprawność silnika termodynamicznego, to

$$\eta = \frac{W}{Q_{pob}} , \quad (1)$$

gdzie W to praca użyteczna a Q_{pob} ciepło pobrane ze źródła. Praca użyteczna wykonana przez silnik jest równa polu powierzchni zawartej wewnątrz krzywej cyklu i wynosi

$$W = (3p_1 - p_1)(4V_1 - V_1) = 6p_1V_1 . \quad (2)$$

Ciepło jest pobierane w fazach 1-2 oraz 2-3, a zatem

$$Q_{pob} = Q_{12} + Q_{23} , \quad (3)$$

gdzie Q_{12} i Q_{23} są ciepłami pobranymi w przemianach izochorycznej i izobarycznej. W przemianie izochorycznej 1-2

$$Q_{12} = nC_V(T_2 - T_1) , \quad (4)$$

gdzie n jest ilością moli gazu, C_V ciepłem molowym przy stałej objętości a T_2 i T_1 są temperaturami w punktach 2 i 1. Ponieważ w tej przemianie

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} , \quad (5)$$

więc

$$T_2 = 3T_1 , \quad (6)$$

skąd

$$Q_{12} = nC_V 2T_1 . \quad (7)$$

W przemianie izobarycznej 2-3

$$Q_{23} = nC_p(T_3 - T_2) , \quad (8)$$

gdzie C_p - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, T_3 - temperatura w punkcie 3. Ponieważ teraz

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} , \quad (9)$$

więc

$$T_3 = 4T_2 = 12T_1 , \quad (10)$$

skąd

$$Q_{23} = nC_p 9T_1 . \quad (11)$$

Z równania Clapeyrona

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = nR , \quad (12)$$

gdzie R - stała gazowa. Podstawiając (12) do (2) otrzymamy, że praca wykonana

$$W = 6nRT_1 . \quad (13)$$

Korzystając z (1), (7), (11) i (13) otrzymujemy ostatecznie

$$\eta = \frac{6nRT_1}{nC_V 2T_1 + nC_p 9T_1} = \frac{6R}{2C_V + 9C_p} = \frac{6(\kappa - 1)}{2 + 9\kappa} = 0,16 , \quad (14)$$

gdzie skorzystaliśmy z faktu, że

$$C_p - C_V = R , \quad (15)$$

czyli po przekształceniach

$$\frac{R}{C_V} = \kappa - 1 . \quad (16)$$

Zatem sprawność rozważanego silnika wynosi 16%.

Proponowana punktacja:

1. Obliczenie pracy użytecznej (2) - max. 2 pkt.
2. Obliczenie ciepła Q_{12} - max. 3 pkt.
3. Obliczenie ciepła Q_{23} - max. 3 pkt.
4. Obliczenie sprawności (14) - max. 2 pkt.