

**XLVIII MIĘDZYSZKOLNY TURNIEJ FIZYCZNY**  
**dla uczniów szkół ponadgimnazjalnych**  
**w roku szkolnym 2005/06**

**WZORCOWE ROZWIĄZANIE ZADANIA NR 2**

Zakładając, że kąt padania promienia na wodę wynosi  $\alpha_1$ , a kąt załamania  $\alpha_2$  możemy zapisać Prawo Snelliusa w postaci

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2, \quad (1)$$

gdzie  $n_1 = 1,0$  oraz  $n_2 = 1,33 = 4/3$ . Na podstawie danych zadania najlepiej wyznaczyć tangensy kątów padania i załamania, czyli

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{a}{b}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{x-a}{c}. \quad (2)$$

Korzystając z tożsamości trygonometrycznej

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad (3)$$

związek (1) możemy przepisać w postaci

$$n_1^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_2) = n_2^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1). \quad (4)$$

Podstawiając (2) do (4) po krótkich przekształceniach otrzymujemy, że

$$x = a + \frac{c}{\sqrt{\frac{n_2^2}{n_1^2} \left( \frac{b^2}{a^2} + 1 \right) - 1}}. \quad (5)$$

Podstawiając dane zadania okazuje się, że  $x \approx 4,36$  m.

Proponowana punktacja:

1. Poprawne sformułowanie warunków (1) oraz (2) lub warunków z nimi równoważnych - max. 4 pkt.
2. Znalezienie formuły końcowej (5) lub równoważnej - max. 4 pkt.
3. Podanie poprawnego wyniku liczbowego - 2 pkt.