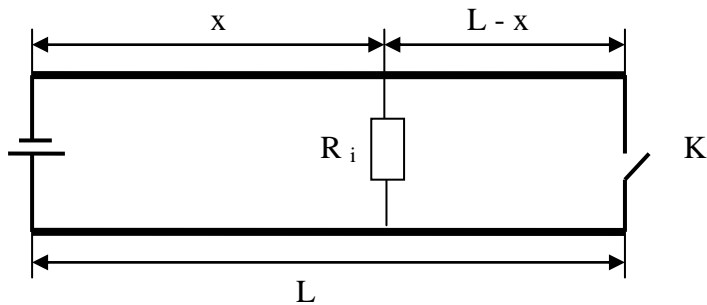


Rozwiązanie zadania 1.



Podstawą fizyczną do wyznaczenia oporu izolacji R_i w miejscu uszkodzenia linii oraz odległości x od jej początku do miejsca uszkodzenia jest zmiana całkowitego oporu linii przy rozłączaniu i złączaniu końca linii (przełącznik K)

Opór linii w każdym z tych przypadków wynosi:

1. przy rozłączaniu K :

$$R_1 = 2 \frac{x}{L} R_0 + R_i \quad , \quad \frac{R_0}{L} \quad \text{- opór jednostki długości drutu}$$

2. przy zamykaniu K :

$$R_2 = 2 \frac{x}{L} R_0 + R' \quad , \quad R' \quad \text{- opór równoległego połączenia opornika } R_i \quad \text{i}$$

odcinka linii $L - x$

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{2 \frac{L-x}{L} R_0} \quad \text{czyli} \quad R' = \frac{2(L-x)R_0 R_i}{2(L-x)R_0 + L R_i}$$

wobec czego

$$R_2 = 2 \frac{x}{L} R_0 + \frac{2(1 - \frac{x}{L}) R_0 R_i}{2 \left(1 - \frac{x}{L}\right) R_0 + R_i}$$

Korzystając z prawa Ohma możemy zapisać:

$$(1) \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{I_0} \quad (r - \text{opór wewnętrzny źródła}),$$

$$(2) \quad I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} = \frac{\varepsilon}{2\frac{x}{L}R_0 + R_i + \frac{\varepsilon}{I_0}},$$

$$(3) \quad I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} = \frac{\varepsilon}{2\frac{x}{L}R_0 + \frac{2\left(1 - \frac{x}{L}\right)R_0R_i}{2\left(1 - \frac{x}{L}\right)R_0 + R_i} + \frac{\varepsilon}{I_0}}$$

Wyznaczając z równania (2) wartość x/L

$$\frac{x}{L} = \frac{\varepsilon\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_0}\right) - R_i}{2R_0}$$

Podstawiając x/L w równaniu 3, otrzymujemy:

$$R_i^2 - 2\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2}\right)\varepsilon R_i + \varepsilon\left[\varepsilon\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_0}\right) - 2R_0\right]\left[\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2}\right)\right] = 0$$

Pierwiastkami tego równania kwadratowego są:

$$R_i = \varepsilon\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2}\right) \pm \sqrt{\varepsilon\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2}\right)\left[\varepsilon\left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_2}\right) + 2R_0\right]}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych:

$$R_i^{(1)} = 8,45\Omega \quad \text{oraz} \quad R_i^{(2)} = 3,55\Omega$$

Odległość x można wyznaczyć:

$$\frac{x}{L} = \frac{\varepsilon\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_0}\right) - R_i}{2R_0} \Rightarrow x = L \frac{\varepsilon\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_0}\right) - R_i}{2R_0}$$

$$x_1 = 3620m$$

$$x_2 = 5580m$$

Rozwiązanie drugie należy odrzucić, bo x nie może być dłuższe niż L . Ostatecznie:

$$R_i = 8,45\Omega \quad \text{oraz} \quad x = 3620m$$

Proponowana punktacja:

1. Wyznaczenie oporu całkowitego przy rozłączaniu i zamykaniu obwodu (rys.) – 3p.
2. Wyznaczenie natężeń prądu I_0 , I_1 i I_2 – 3p.
3. Wyznaczenie wartości oporu izolacji R_i – 2p.
4. Wyznaczenie odległości x od początku linii do miejsca jej uszkodzenia – 2p.