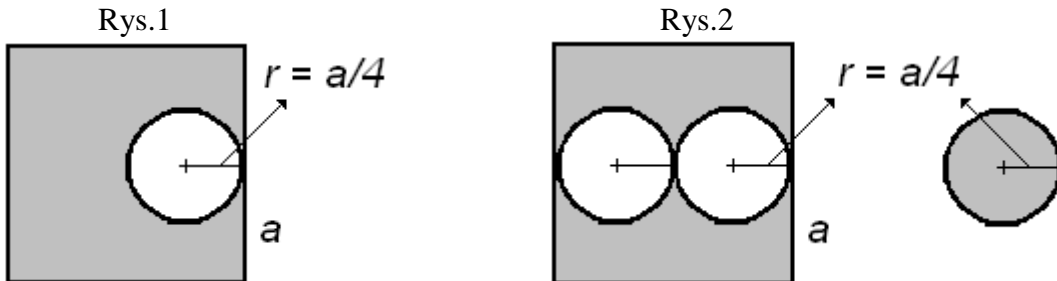


WZORCOWE ROZWIĄZANIE ZADANIA 1.

Wycinamy z płyty metalowej (Rys. 1) symetrycznie drugie koło o tych samych wymiarach (Rys. 2)

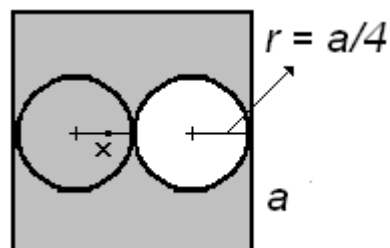


1 pkt

Otrzymujemy dwa ciała o znanych środkach ciężkości: płyty z dwoma otworami oraz krążka metalowego wyciętego z płyty. Środek ciężkości płyty znajduje się w środku kwadratu, a środek ciężkości krążka metalowego w jego środku.

Rys.3

Mając dwa wyżej wymienione ciała traktujemy je jako układ dwóch ciał odpowiednio względem siebie ułożonych (Rys.3), dla którego wyznaczamy środek



2 pkt

Środek ciężkości dwóch omawianych ciał leży między środkiem ciężkości kwadratu z wyciętymi dwoma otworami a środkiem ciężkości wyciętego krążka (lewy – Rys.3) w punkcie X.

1 pkt

Korzystamy ze wzoru na równowagę momentów sił :

$$F_p \cdot r_{px} = F_k \cdot r_{kx}$$

1 pkt

gdzie:

F_p - siła działająca na środek ciężkości płyty z dwoma otworami

r_{px} - odległość środka ciężkości płyty z dwoma otworami od punktu X

F_k - siła działająca na środek ciężkości krążka

r_{kx} - odległość środka ciężkości wyciętego krążka od punktu X

Odpowiednio modyfikujemy powyższy wzór:

$$F_p \cdot \left(\frac{a}{4} - r_{kx} \right) = F_k \cdot r_{kx}$$

1 pkt

$$m_p g \cdot \left(\frac{a}{4} - r_{kx} \right) = m_k g \cdot r_{kx}$$

Wykorzystanie wzoru na gęstość materiału: $m = \rho V$

$$V_p \cdot \left(\frac{a}{4} - r_{kx} \right) = V_k \cdot r_{kx} \quad 1 \text{ pkt}$$

Po przekształceniach

$$(a \cdot a \cdot h - 2V_k) \cdot \left(\frac{a}{4} - r_{kx} \right) = V_k \cdot r_{kx} \quad 1 \text{ pkt}$$

Po podstawieniu: $V_k = Sh = \pi r^2 h$

$$\left[a^2 \cdot h - 2\pi \left(\frac{a}{4} \right)^2 \cdot h \right] \cdot \left(\frac{a}{4} - r_{kx} \right) = \pi \left(\frac{a}{4} \right)^2 \cdot h \cdot r_{kx} \quad 1 \text{ pkt}$$

Po przekształceniach wyznaczamy r_{kx} :

$$r_{kx} = \frac{8 \cdot a - \pi \cdot a}{2 \cdot (16 - \pi)} \quad 1 \text{ pkt}$$

Jest to odległość od środka krążka do środka masy układu dwóch ciał.