

WZORCOWE ROZWIĄZANIE ZADANIA 3.

Do rozwiązania zadania wykorzystujemy prawo Hooke'a

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \quad \text{oraz} \quad W_g = \frac{F}{S} \quad (1) \quad 1 \text{ pkt}$$

Aby pręt uległ rozerwaniu musi być spełniona nierówność:

$$\frac{F}{S} \geq W_g \quad \rightarrow \quad F \geq W_g \cdot S \quad (2) \quad 1 \text{ pkt}$$

Siłą powodującą rozrywanie jest siła odśrodkowa:

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad (3) \quad 1 \text{ pkt}$$

Masa m to połowa masy pręta o długości l

$$m = \frac{1}{2} m_l \quad (4) \quad 1 \text{ pkt}$$

Odległość r to odległość środka masy połowy pręta od osi obrotu pręta

$$r = \frac{1}{4} l \quad (5) \quad 1 \text{ pkt}$$

Po podstawieniu do równania (2) zależności (3,4,5) otrzymamy

$$\frac{\frac{1}{2} m_l v^2}{\frac{1}{4} l} \geq W_g \cdot S \quad (6)$$

Gdzie

$$m_l = \rho_{Fe} \cdot V_l = \rho_{Fe} \cdot S \cdot l \quad (7) \quad 1 \text{ pkt}$$

Po podstawieniu równania (7) do (6) oraz przekształceniach otrzymamy

$$2\rho_{Fe} \cdot v^2 \geq W_g \quad (8) \quad 1 \text{ pkt}$$

Uwzględniając zależność między prędkością kątową ruchu obrotowego a liniową

$$2\rho_{Fe} \cdot (\omega \cdot r)^2 \geq W_g \quad (9)$$

oraz że $r = \frac{1}{4} l$ otrzymamy

$$\omega \geq \sqrt{\frac{8 \cdot W_g}{\rho_{Fe} \cdot l^2}} \quad (10) \quad 1 \text{ pkt}$$

Po podstawieniu danych liczbowych oraz dokonaniu przeliczeń otrzymujemy

$$\omega \geq 300 \frac{1}{s} \quad 1 \text{ pkt}$$

Jeżeli zwiększymy długość pręta z l do $2l$ to stosunek prędkości kątowych wyniesie

$$\frac{\omega_x}{\omega} = \frac{\sqrt{\frac{8 \cdot W_g}{\rho_{Fe} \cdot (2l)^2}}}{\sqrt{\frac{8 \cdot W_g}{\rho_{Fe} \cdot l^2}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \omega_x = \frac{1}{2} \omega \quad 1 \text{ pkt}$$