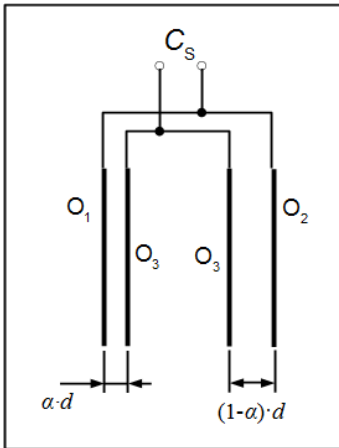


WZORCOWE ROZWIĄZANIE ZADANIA 3.



Można zauważyć, że nowy kondensator stanowi połączenie równoległe dwóch kondensatorów o wspólnej okładce O_3 (patrz rysunek). Przyjmując, że powierzchnia poszczególnych okładek wynosi S , można pojemność kondensatora C_S zapisać jako:

$$C_S = \frac{\epsilon_0 S}{\alpha \cdot d} + \frac{\epsilon_0 S}{(1-\alpha) \cdot d}, \quad (1) \quad 1 \text{ p}$$

lub po przekształceniach:

$$C_S = \frac{\epsilon_0 S}{d} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{1-\alpha} \right) = C_0 \frac{1}{\alpha(1-\alpha)}. \quad (2) \quad 2 \text{ p}$$

Skuteczne napięcie na kondensatorze C_S można policzyć jako iloczyn skutecznej wartości prądu płynącego w obwodzie oraz reaktancji kondensatora (oporu pojemnościowego):

$$U_c = I \cdot X_c = \frac{I}{\omega C_S}, \quad (3) \quad 1 \text{ p}$$

natomiast natężenie prądu można wyrazić jako stosunek wartości skutecznej napięcia źródła podzielonej przez całkowitą impedancję (zawadę) szeregowego połączenia rezystancji R i pojemności C_S :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_c^2}} = \frac{U \cdot \omega C_S}{\sqrt{1 + (\omega R C_S)^2}}. \quad (4) \quad 1 \text{ p}$$

Podstawiając (3) do (4) otrzymujemy

$$\frac{U_c}{U} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R C_S)^2}}, \quad (5) \quad 2 \text{ p}$$

które to wyrażenie, po podstawieniu C_S w formie (2), jest uwikłanym równaniem dla α .

Przekształcając, można wzór (5) napisać w postaci:

$$\omega R C_S = \sqrt{\left(\frac{U}{U_c} \right)^2 - 1}. \quad (6)$$

Wprowadzając nowe oznaczenia:

$$\frac{1}{\beta} = \sqrt{\left(\frac{U}{U_c} \right)^2 - 1} \quad (7)$$

oraz

$$\tau_0 = R C_0, \quad (8)$$

gdzie $\beta = 3/4$, a $\tau_0 = 16,5 \mu\text{s}$ oraz wykorzystując (2), możemy (6) zapisać jako:

$$\frac{\omega \tau_0}{\alpha(1-\alpha)} = \frac{1}{\beta}, \quad (9) \quad 1 \text{ p}$$

lub

$$\alpha^2 - \alpha + \omega \tau_0 \beta = 0. \quad (10)$$

Równanie to ma dwa rozwiązania:

$$\alpha = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4\omega \tau_0 \beta}, \quad (11) \quad 1 \text{ p}$$

co po podstawieniu danych liczbowych daje:

$$\alpha = 0,45 \text{ lub } \alpha = 0,55. \quad (12) \quad 1 \text{ p}$$